Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

Examen Individual

NIVEL I

Instrucciones: El examen consta de 15 problemas con un valor de 5 puntos cada uno. En estos problemas solo se toma en cuenta la respuesta final, que debe ser claramente escrita en el espacio correspondiente a cada problema. La duración del examen es de **90 minutos.**

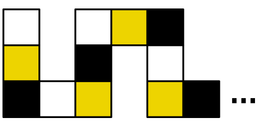
Problema 1 *(VERACRUZ) En cuatro días, seis máquinas impresoras han impreso* 100 *libros. ¿Cuántos días tardarán en imprimir* 50 *libros si solo funcionan cuatro máquinas impresoras?*

R: 3

Solución: Tenemos que en 4 días 6 impresoras hacen 100 libros, por lo que en un día 6 impresoras hacen $\frac{100}{4} = 25$ libros. Luego, en un día una impresora hace $\frac{25}{6}$ libros. De donde en un día 4 impresoras hacen $4 \cdot \frac{25}{6} = \frac{50}{3}$ libros. Así que en tres días 4 impresoras hacen $3 \cdot \frac{50}{3} = 50$ libros.

Problema 2 *(BAJA CALIFORNIA) La siguiente serpiente tiene 2018 cuadritos que se han pintado de tres colores siguiendo el patrón: blanco, gris, negro, blanco, gris, negro, etc. ¿Cuántos cuadritos grises hay?*

R: 673



Solución: Cada tres cuadritos hay exactamente un cuadrito gris. Como $2018 = 672 \cdot 3 + 2$ entonces tenemos un total de $672 + 1 = 673$ cuadritos grises

Problema 3 *(VERACRUZ) A un club de matemáticas asisten 37 estudiantes. Si las niñas se pueden dividir en equipos de 8 sin que sobre ninguna y los niños se pueden dividir en equipos de 7 niños sin que sobre ninguno, ¿cuántas niñas hay en el club?*

R: 16

Solución: El número de niñas en el club debe ser un múltiplo de 8, es decir uno de los números en la lista: 8, 16, 24, 32. De igual manera, el número de niños en el club debe ser un múltiplo de 7, es decir uno de los números en la lista: 7, 14, 21, 28, 35. Como debe haber en total 37 estudiantes, debemos buscar dos números, uno en cada lista, de tal forma que sumen 37. Esto se logra con 16 y 21. Por lo que hay 16 niñas en el club.

Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

Problema 4 *(CIUDAD DE MÉXICO) Decimos que un número natural es* ***yucateco*** *si tiene 9 dígitos, todos son diferentes y ninguno de ellos es cero. ¿Cuál es la menor diferencia positiva posible entre dos números yucatecos?* R: 9

Solución: Sean a y b números yucatecos, con $a > b$. Entonces para hacer la diferencia $a - b$ lo menor posible, lo mejor sería que fueran diferentes únicamente en el número de las unidades, pero esto no es posible. Así que estamos buscando números a y b que solo difieran en los dígitos de las unidades y decenas, ya que la diferencia entre esos dos números sería igual a la diferencia entre los números formados por los dígitos de sus decenas y los dígitos de sus unidades. Un ejemplo de esto sería tomar los números 32 y 23, y formar los números $a = 987654132$ y $b = 987654123$ de manera que $a - b = 32 - 23 = 9$. Ahora debemos asegurarnos que este es el mínimo. Para esto observamos que la suma de los dígitos de cualquier número yucateco es igual a 45, por lo que a y b son ambos múltiplos de 9. Entonces, su diferencia $a - b$ deberá ser un múltiplo de 9, sin embargo como $a \neq b$, tenemos que $a - b \neq 0$. Por lo que el mínimo valor que puede tomar $a - b$ es 9.

Problema 5 *(COAHUILA) Mary tiene sus ahorros en un alcancía y decide gastarlos de la siguiente manera: El primer día gasta 20 pesos, el segundo gasta 21 pesos, el tercero 22 pesos, el cuarto 23 pesos y así sucesivamente de tal modo que cada día gasta un peso más que el día anterior. El día 18 al ir a sacar sus monedas, se da cuenta que tiene en su alcancía exactamente un peso más que lo que gastó el día anterior, ¿cuánto tenía ahorrado Mary?* R: 513

Solución: El primer día gasta $19 + 1$ pesos, el segundo día $19 + 2$ y así, el día 17 gasta $19 + 17$ y el día 18 le quedan $19 + 18$ pesos, que se los gasta. Entonces tiene originalmente

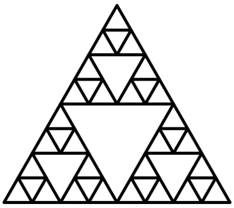
$$(19 + 1) + (19 + 2) + (19 + 3) + \cdots + (19 + 18) = 19 \cdot 18 + \frac{19 \cdot 18}{2} = 513 \text{ pesos}$$

Problema 6 *(MICHOACÁN) Un entero positivo n se dice que es* ***maya*** *si en la siguiente lista de números enteros consecutivos $101, 102, 103, \ldots, 200$, hay exactamente un múltiplo de n. Encuentra el número maya más pequeño.* R: 67

Solución: Notemos que todos los números de la lista $1, 2, 3, \ldots 50$ tienen al menos tres múltiplos entre 101 y 200, y por tanto no son ser números mayas. De manera similar, los números de la lista $51, 52, \ldots, 100$ al multiplicarlos por 2 caen entre 101 y 200. Por tanto, todos ellos tienen al menos un múltiplo en la lista. Como $66 \cdot 3 = 198$, entonces todos los números del 51 al 66 tienen al menos dos múltiplos en la lista y por tanto no son números mayas. Dado que $67 \cdot 3 = 201$, podemos concluir que el único múltiplo de 67 entre 101 y 200 es $67 \times 2 = 114$. Así concluimos que 67 es el número maya más pequeño.

Problema 7 *(JALISCO) La siguiente figura se construyó con palillos de madera de la misma longitud. Si el perímetro del triángulo mayor es 96 cm. ¿Cuál es la suma de las longitudes, en cm, de todos los palillos usados* R: 324

Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1



Solución 1: El perímetro del triángulo mayor es 96 cm, y está formado por 24 palillos que son lados de los triángulos más pequeños. Por lo tanto cada palillo pequeño mide 4 cm. De ahí podemos obtener que el perímetro de cada triángulo pequeño es 12 cm. Si contamos los triángulos pequeños podemos ver que son 27, por lo que la longitud total de los palillos es $27 \times 12 = 324$ cm.

Solución 2: En la figura hay 4 tamaños de triángulos el más grande tiene perímetro 96 cm, los siguientes disminuyen en tamaño a la mitad, así tendrán perímetros 48 cm, 24 cm y 12 cm, respectivamente. Del grande al menor hay 1, 1, 3 y 9 triángulos de cada tamaño. Luego la suma de los perímetros es $96 + 48 + 3 \cdot 24 + 9 \cdot 12 = 324$ cm.

Problema 8 *(JALISCO) La fracción $\frac{2}{8}$ es equivalente a $\frac{1}{4}$, y cuando agregas 1 tanto al numerador como al denominador de $\frac{2}{8}$ obtienes $\frac{3}{9}$, que es equivalente a $\frac{1}{3}$. Encuentra una fracción que sea equivalente a $\frac{1}{8}$, de manera que cuando agregues 1 al numerador y al denominador de tu fracción, obtengas una fracción equivalente a $\frac{1}{7}$.* R: 6/48

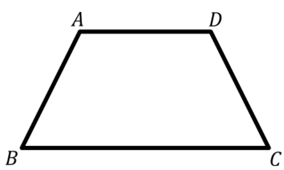
Solución 1: Necesitamos que al sumar uno el denominador sea múltiplo de 7, así que el primer candidato posible es la fracción equivalente a $\frac{1}{8}$ que tiene numerador 6, esto es $\frac{6}{48}$. Probamos con este candidato y podemos ver que al sumar 1 al numerador y al denominador obtenemos $\frac{7}{49}$, que al ser simplificado es $\frac{1}{7}$.

Solución 2: Buscamos a y b tales que

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{8}, \quad \frac{a+1}{b+1} = \frac{1}{7}.$$

Esto es equivalente al sistema $8a = b, \quad 7a + 7 = b + 1$, cuyas soluciones son $a = 6$ y $b = 8 \cdot 6 = 48$.

Problema 9 *(COMITÉ) Considera un trapecio $ABCD$, con los lados BC y DA paralelos y con*
$CD = DA = AB = \frac{1}{2}BC$, encuentra la medida en grados del ángulo $\angle CAB$. R: 90°



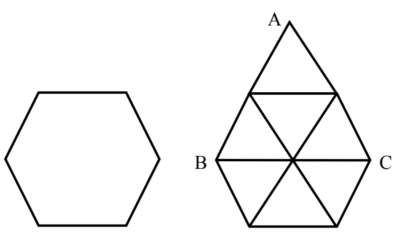
Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

Solución: Si E es el punto medio de BC se tiene que $BE = EC = AD$, luego AD y EC son segmentos paralelos y de la misma longitud, por lo que $CDAE$ es un paralelogramo y como tiene tres lados iguales entonces es un rombo, además ABE es equilátero y entonces $\angle ABE = 60° = \angle DCE$. Como CA es bisectriz de $\angle DCE$ (pues los triángulos ADC y CEA son congruentes), se tiene que $\angle ACE = 30°$, por lo que $\angle CAB = 90°$.

Problema 10 *(TABASCO) Si un triángulo equilátero y un hexágono regular tienen el mismo perímetro y el área del hexágono es de* 120 *cm*^{2}*, ¿cuál es el área, en cm*^{2}*, del triángulo?*

R: 80

Solución: Consideremos la siguiente figura, y notemos que el triángulo ABC tiene el mismo perímetro que el hexágono. Más aún, el área del triángulo es $\frac{4}{6}$ del área del hexágono. Por tanto, Área $(ABC) = \dfrac{4}{6}120 = 80$ cm^2



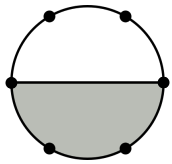
Problema 11 *(HIDALGO) EEn una pared está escrita la palabra YUCATAN con letras de metal. Al menos una de las letras se cayó, pero no se cayeron todas. ¿Cuántas palabras distintas pueden haber quedado escritas en la pared, sin considerar los espacios vacíos? Por ejemplo, si se cayerón la C y la T, queda YUAAN.*

R: 110

Solución 1: La palabra YUCATAN tiene siete letras, de modo que podemos escoger de $2^7 - 2$ formas los distintos conjuntos de letras que pudieron haber quedado. Sin embargo, algunas palabras están representadas por dos de estos conjuntos. Estas palabras son las que contienen exactamente una A y no tienen la letra T; esto es, las que podemos formar con una A y las letras YUCN. Restando las repetidas, entonces el resultado es $(2^7 - 2) - 2^4 = 110$.

Solución 2: Hay tres tipos de palabras que pueden quedar escritas. Las que no tienen letra A, las que tienen exactamente una letra A y las que tiene dos letras A. Con dos letras A, hay $2^5 - 1$ palabras, ya que las otras letras están o no, y una menos porque no quedaron todas las letras. Además. hay $2^5 - 1$ palabras que no tienen letra A: las otras 5 letras pueden o no estar y una menos que corresponde al caso en que se cayeron todas las letras. Con exactamente una A y sin la letra T, hay $2^4 = 16$, con la letra T y con la A antes de la T hay también $2^4 = 16$ y con la letra T y con A después de la T, hay $2^4 = 16$. Por tanto hay en total $(2^5 - 1) + (2^5 - 1) + 16 + 16 + 16 = 110$ palabras.

Problema 12 *(COAHUILA) Un círculo se colorea de gris y blanco, y sobre la circunferencia están marcados 6 puntos, como se indica en la figura. Decimos que un cuadrilátero* *es* ***bicolor*** *si su interior tiene una parte blanca y una parte gris. ¿Cuántos cuadriláteros bicolor tienen sus cuatro vértices en los puntos marcados?* R: 13



Solución: En total, hay $\binom{6}{4}$ cuadriláteros con vértices sobre los puntos marcados. De estos, uno tiene solo puntos blancos en su interior y otro tiene solo puntos grises. De tal modo, hay

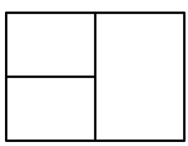
$$\binom{6}{4} - 2 = 15 - 2 = 13$$

cuadriláteros bicolores.

Problema 13 *(COMITÉ) En un baile de la escuela, cada alumno bailó con* 3 *alumnas y cada alumna bailó con* 6 *alumnos. Si al baile asistieron 90 personas entre alumnas y alumnos, ¿cuántos alumnos fueron al baile?* R: 60

Solución: Si hay A alumnos, entonces hubo $3A$ parejas que se formaron para bailar, y si B es el número de alumnas, se formaron $6B$ parejas de baile. Como $3A = 6B$, se tiene que $A = 2B$ y como $A + B = 90$, se tiene que $A = 60$ y $B = 30$.

Problema 14 *(CIUDAD DE MÉXICO) Un rectángulo se divide en tres rectángulos más pequeños como se muestra en la figura. Cada uno de los rectángulos más pequeños cumple que sus lados están en la misma proporción que los lados del rectángulo grande. En cada uno de los cuatro rectángulos, ¿cuál es la razón de la longitud del lado más grande entre la longitud del lado más pequeño?* R: $\sqrt{2}$



Solución: Supongamos que la longitud de los lados mayores de los rectángulos más pequeños es igual a y y la longitud de sus lados menores es x. Mientras que la longitud del lado menor del rectágulo mediano es igual a a y su lado mayor vale $2x$. Como los lados los lados de los rectángulos pequeños y grande, están en la misma proporción tenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{y}{x} = \frac{a+y}{2x},$$

Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

por lo tanto $\dfrac{2y}{2x} = \dfrac{a+y}{2x}$, de donde se concluye que $a = y$. Finalmente, de que el rectángulo pequeño y el rectángulo mediano tienen la misma proporción se obtiene

$$\frac{y}{x} = \frac{2x}{y} = \frac{2}{y/x}$$

por lo que $(y/x)^2 = 2$, y $y/x = \sqrt{2}$.

Problema 15 *(MICHOACÁN) Hugo escribe en su libreta exactamente una vez cada uno de los números de la forma* $1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm \cdots \pm 10$. *Por ejemplo, uno de ellos es* $1 - 2 + 3 + 4 - 5 - 6 - 7 - 8 + 9 - 10$. *Encuentra la suma de todos estos números.* R: 512

Solución: En cada uno de los números que escribe Hugo el 1 que aparece al principio siempre es positivo. Para cada elección de signos podemos considerar la elección de signos opuesta y al sumar estos números el resultado será $1 + 1 = 2$. Como hay 2^9 elecciones de signos que se agrupan por pares y como cada par suman 2, se tendrá que la suma es $2 \cdot (2^9/2) = 2^9$.

II Olimpiada Mexicana de Matemáticas
para Educación Básica

Mérida, Yucatán, junio 9-12, 2018.

Prueba por Equipos

Nivel I

Estado: ________________________________

Integrantes:

____

____

____

Instrucciones: Los problemas de la Prueba por Equipos están enlistados por orden de dificultad, pero cada uno vale lo mismo (40 puntos). Para los problemas 1, 3, 5, 7, sólo se tomará en cuenta el resultado final y no se otorgarán puntos parciales. Los problemas 2, 4, 6, 8, requieren una solución completa y se podrán otorgar puntos parciales. La duración del examen es 70 minutos, que se distribuirá de la siguiente manera: (i) Durante los primeros 10 minutos, todos los integrantes del equipo podrán discutir y distribuirse entre ellos los primeros 6 problemas, de manera que cada miembro del equipo resuelva al menos un problema. (ii) Durante los siguientes 35 minutos, cada participante trabajará individualmente en los problemas que se le asignaron. (iii) Durante los últimos 25 minutos todos los miembros del equipo trabajarán en la solución de los últimos dos problemas.

Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

Problema 1 *(COMITÉ) Ordena los siguientes números de menor a mayor.*

$$3^6, 4^5, 5^4, 6^3,$$

Solución: Como $6^3 = 216$, $5^4 = 625$, $3^6 = 729$, $2^{10} = 1024$ entonces tenemos

$$6^3 \leq 5^4 \leq 3^6 \leq 2^{10}.$$

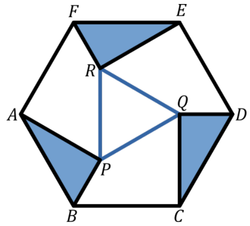
Por tanto

$$6^{18} \leq 5^{24} \leq 3^{36} \leq 4^{30}.$$

R: $6^{18} \leq 5^{24} \leq 3^{36} \leq 4^{30}$

Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

Problema 2 *(COMITÉ) En un hexágono regular $ABCDEF$ de área 1 cm^2, se han trazado en su interior tres triángulos congruentes ABP, CDQ y EFR con ángulos de $30°$, $60°$ y $90°$, los ángulos rectos en P, Q, R, como se muestra en la figura. Encuentra el área, en cm^2, del triángulo PQR.*



Solución: Notemos que el triángulo PQR es una cuarta parte del triángulo AEC. Además, el triángulo AEC tiene la mitad del área del hexágono. Por tanto, el área del triángulo PQR es $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ del área del hexágono. Así Area$(\triangle PQR) = 1/8$.

Criterio.

5 puntos Completar con trazo auxiliar ΔACE y usarlo.

10 puntos Notar que ΔPQR es $\frac{1}{4}$ de ΔAEC.

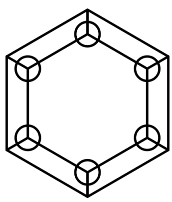
20 puntos Notar que ΔAEC es $\frac{1}{2}$ del hexgono.

5 puntos Hallar el valor y concluir.

R: 1/8

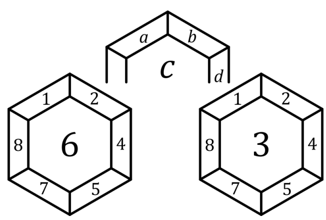
Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

Problema 3 *(SINALOA) Se acomodan 7 de los números del 1 al 8 en las caras de la siguiente figura, de forma que para cada tres caras que se toquen en un mismo círculo la suma de los números en tales caras sea un múltiplo de 3. ¿Cuáles números podrían sobrar en estos tipo de acomodos?*



Solución: 3 y 6. Si una cara no central tiene un número a múltiplo de 3, entonces si d está en una cara a dos caras de distancia de a (sin pasar por el centro), estos tienen dos vecinos en común, (como se muestra en la figura) si estas tienen los números b y c, entonces

$$\begin{aligned} &a+b+c \text{ es múltiplo de } 3\\ &b+c+d \text{ es múltiplo de } 3\\ &\Rightarrow a-d \text{ es múltiplo de } 3. \end{aligned}$$



Y como a es múltiplo de 3, d también lo es. Entonces no puede haber un múltiplo de 3 fuera del centro ya que habría al menos 3 caras con múltiplos de 3 y del 1 al 8 hay 2 múltiplos de 3. Concluimos que se puede tener a lo más un múltiplo de 3 y como se omite solo un número este debe ser 3 o 6. Para ambos casos se encuentra un acomodo que funciona.

R: 3, 6

Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

Problema 4 *(BAJA CALIFORNIA) Sergio y Zael quieren ir a una heladería a comprar un tipo de helado cada día de la semana. Dentro de los artículos que se venden se encuentran los siguientes: paletas, raspados y sándwich de nieve. Además, de cada uno de los artículos hay 4 sabores: vainilla, fresa, chocolate y limón. Sergio quiere comprar un artículo de chocolate por día de manera que no coma lo mismo dos días seguidos, mientras que Zael quiere comprar paletas de distintos sabores sin comer dos días seguidos el mismo sabor. ¿Quién de los dos tiene más formas distintas de comprar a lo largo de toda la semana? Justifica tu respuesta.*

Solución: Sergio tiene el primer día 3 posibilidades de pedir: paletas, raspados y sándwich de nieve. Y del día 2 al 7, tiene sólo dos posibilidades en cada día, porque si un día pide sándwich de nieve, al siguiente sólo puede pedir paletas o raspados. Por principio multiplicativo, Sergio tiene $3 \times 2^6 = 192$ formas. Por otro lado, Zael tiene el primer día 4 posibilidades de pedir, y del día 2 al 7, tiene solo 3 posibilidades en cada día, por un argumento análogo. Por principio multiplicativo, Zael tiene $4 \times 3^6 = 2916$ formas. Por lo tanto Zael tiene más formas.

Criterio.

10 puntos Realizar un conteo ordenado y claro.

15 puntos Contar las posibilidades de alguno de los dos, Sergio o Zael.

10 puntos Contar las posibilidades del otro.

5 puntos Concluir.

Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

Problema 5 *(CIUDAD DE MÉXICO) Alguien cambió las etiquetas de los números de la calculadora de César. Los números deberían estar en la posición que muestra la imagen de la izquierda, pero sus posiciones fueron cambiadas a como se muestra en la imagen de la derecha.*

7	*8*	*9*
4	*5*	*6*
1	*2*	*3*

9	*8*	*7*
6	*5*	*4*
3	*2*	*1*

Como consecuencia de esto, cuando César aprieta el número 1, la calculadora registra el número 3 y al revés. Lo mismo pasa con el 4 y con el 6 y el 7 y 9. ¿Cuántas multiplicaciones distintas de dos números de un solo dígito, darán un resultado incorrecto cuando César utilice su calculadora? (Nota: las multiplicaciones 1×2 *y* 2×1 *son consideradas multiplicaciones diferentes).*

Solución: Notemos que únicamente 6 números han sido cambiados de posición, el 1 fue cambiado por el 3, el 4 por el 6 y el 7 por el 9, mientras que los números 2, 5 y 8 se mantuvieron en su lugar original. Entonces, de las multiplicaciones de un número por él mismo, 3 son correctas y las otras 6 son equivocadas. A partir de ahora consideraremos multiplicaciones de dos números diferentes. Empecemos analizando las multiplicaciones donde ambos números son alguno de los números 2; 5; 8. Todas estas serán correctas y hay $3 \times 2 = 6$ de ellas. Ahora, si ambos números que teclea César son algunos de 1; 4; 7, entonces la calculadora registrará dos números entre 3; 6; 9, por lo que el resultado será múltiplo de 9, y como ninguno de 1; 4; 7 es múltiplo de 3, el resultado no será correcto. De manera similar, si ambos números que teclea César son algunos de 3; 6; 9, el resultado debería de ser múltiplo de 9, pero como la calculadora registra algunos de los números 1; 4; 7, no lo será. Es decir, en todos estos casos el resultado será incorrecto. El número de posibilidades que hay es $(3 \times 2) + (3 \times 2) = 12$. Pasemos ahora al caso en que uno de los números es uno de 2; 5; 8 y el otro es uno de 1; 3; 4; 6; 7; 9. En todos estos casos la multiplicación será incorrecta. Hay $(3 \times 6) + (6 \times 3) = 18 + 18 = 36$ de estos casos. Finalmente vemos qué pasa cuando uno de los números es uno de 1; 4; 7 y el otro de 3; 6; 9. Claramente las multiplicaciones 1×3, 3×1, 4×6, 6×4, 7×9 y 9×7 serán correctas. Son 6 multiplicaciones correctas y las restantes 12 multiplicaciones serán incorrectas. Por tanto, hay $6 + 12 + 36 + 12 = 66$ multiplicaciones incorrectas.

R: 66

Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

Problema 6 *(COMITÉ) Encuentra el entero positivo más pequeño de seis dígitos, que cumpla que la suma de sus seis dígitos sea igual al producto de sus dígitos.*

Solución: Ningún dígito debe ser cero y no puede tener 5 o 6 dígitos iguales a 1, (ya que no es posible que se cumpla: $5 + a = a$ o $6 = 1$).
Si tiene 4 dígitos iguales a 1, los otros dos dígitos a y b cumplen que $a + b + 4 = ab$, que es equivalente a que $(a - 1)(b - 1) = 5$, luego $a = 6$, $b = 2$ o bien $a = 2$, $b = 6$, entonces el número que se busca es 111162 o 111126, el segundo es el más pequeño.

Criterio.

2 puntos Notar que ninguno de los dgitos puede ser cero

2 puntos $n =$ "111111" que es el menor, no cumple.

4 puntos Para $n =$ "11111a", no hay solucin.

8 puntos Si $n =$ "1111ab" entonces $ab = 4 + a + b$ y $a, b = 2, 6$

4 puntos Concluir que $n = 111126$.

Si solo da el número sin justiticar que es el menor (2pt)

R: 111126

Nombre: SOLUCIONES	Estado:	Nivel 1

Problema 7 *(COMITÉ) Acomoda ocho números enteros diferentes en los cuadritos que faltan, de manera que los productos de los tres números de cada renglón, de cada columna y de cada diagonal sean iguales.*

	6	

Solución: Sí es posible, una manera es la siguiente, se coloca el 1 a un lado de 6, independiente del número x, en las esquinas a y b se deben colocar números que su producto sea 6, estos son 2 y 3 (no pueden ser 1 y 6 porque los 9 números son diferentes).

		a
1	6	x
		b

Y en las otras esquinas números que se ajuste para que el producto de los números en las diagonales sean iguales. Digamos así,

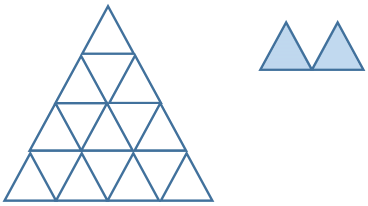
$2 \cdot 6$		2
1	6	
$3 \cdot 6$		3

Como el producto es 6^3 lo que falta queda así:

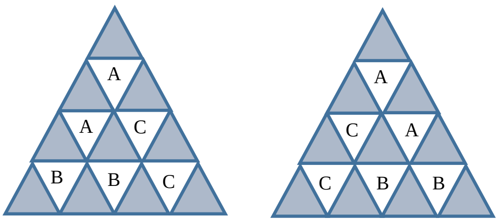
$2 \cdot 6$	3^2	2
1	6	6^2
$3 \cdot 6$	2^2	3

Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

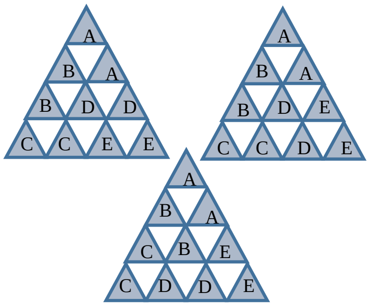
Problema 8 *(MICHOACÁN) Se quiere acomodar 8 piezas como las de las derecha (las puedes rotar de ser necesario) de manera que se cubra toda la figura de la izquierda. ¿Cuántos acomodos diferentes se pueden hacer?*



Solución: Si coloreamos la figura como tablero de ajedrez, notamos que una pieza siempre debe cubrir dos triangulitos negros, o bien dos triangulitos blancos. Contaremos las maneras de acomodar los triangulitos de cada color y bastará aplicar el principio multiplicativo. La región blanca se pude llenar con 3 piezas de 2 maneras distintas (ver figura).



La región negra se llena con 5 piezas de la siguiente manera: primero se coloca las pieza que va en el vértice superior del triángulo –para ello hay dos casos– y se observa que cada caso se completa de 3 maneras distintas (en la figura se ilustra uno de esos casos). Así hay $2 \times 3 = 6$ maneras de llenar la región negra. Por tanto, la respuesta es $2 \times 6 = 12$.



Criterio.

Nombre: SOLUCIONES Estado: Nivel 1

3 puntos Decir que caben 8 y hacer un acomodo como ejemplo.

10 puntos Decir que se puede colorear con dos colores 6 de un color y 10 de otro.

3 puntos Decir que cada pieza corresponde a un solo color.

8 puntos Decir de cuntas maneras se pueden acomodar tres piezas de un color.

8 puntos Decir cuntas maneras se pueden acomodar las cinco piezas del otro color.

8 puntos Obtener el resultado correcto por construccin.

R: 12