



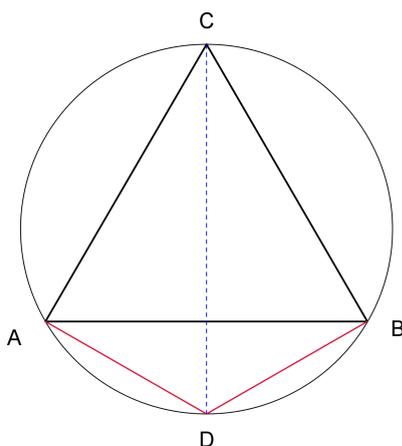
INSTRUCCIONES:

- Asegúrate de que tienes el examen del nivel correcto y lee todos los enunciados con calma.
- Para cada problema escribe todo tu procedimiento de forma clara y ordenada, así como tu respuesta final.
- Puedes utilizar lápiz o pluma, borrador y si tu prefieres, juego de geometría. No está permitido el uso de calculadoras, apuntes, celulares o tablas.
- Tienes 4 horas y media para resolver el examen.

PROBLEMAS:

Problema 1. Los números de cierta ciudad constan de 10 dígitos, comenzando siempre por el número 5. Es decir que son de la forma $5-abcd-efghi$, donde cada letra es un dígito entre 0 y 9. Decimos que un número es *fácil de memorizar* si la sucesión $abcd$ se repite en alguna parte de $efghi$. Por ejemplo, $5-3456-73456$ y $5-3456-34567$ son números fáciles de recordar (en ambos se repite 3456). ¿Cuántos números fáciles de memorizar existen en esta ciudad?

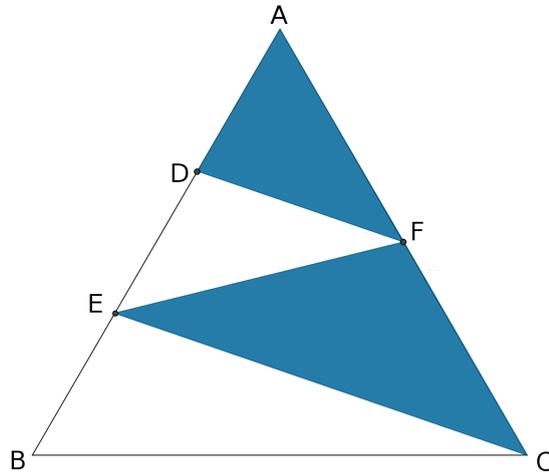
Problema 2. En la siguiente figura el triángulo ABC es un triángulo equilátero de lado 1 inscrito en una circunferencia. Se extiende la altura del triángulo que pasa por C y se obtiene el segmento CD , donde D es el punto de intersección de la altura con la circunferencia.



¿Cuál es la diferencia entre la suma de longitudes $AD + DB$ y la longitud de CD ?

Problema 3. Nuestro amigo Totoro escribe los números $1, 2, 3, \dots, 9, 10$ sobre una circunferencia en algún orden. Totoro pronto se da cuenta que no importa como ponga los números alrededor de la circunferencia, siempre puede encontrar 3 números adyacentes entre sí cuya suma es mayor o igual a 17. ¿Por qué sucede esto?

Problema 4. En la siguiente figura el triángulo ABC es equilátero y su lado mide 1 cm. E y D son puntos sobre el lado AB que lo dividen en tres partes iguales y F es el punto medio de AC . ¿Cuál es el valor del área sombreada?



Problema 5. En el planeta *Qwerty* – 243^a existe un juego llamado “Ajedrez para caballeros qwertianos”. El punto de ese juego es colocar tantos caballos en el tablero como sea posible sin que ninguno de ellos se ataque. Si el tablero es de 20×20 , ¿cuál es el número de caballos que pueden ser colocados?