

II Olimpiada Mexicana de Matemáticas para Educación Básica

Mérida, Yucatán, junio 9-12, 2018.

Prueba por Equipos

Nivel III

Estado: -----
Integrantes: -----

Instrucciones: Los problemas de la Prueba por Equipos están enlistados por orden de dificultad, pero cada uno vale lo mismo (40 puntos). Para los problemas 1, 3, 5, 7, solo se tomará en cuenta el resultado final y no se otorgarán puntos parciales. Los problemas 2, 4, 6, 8, requieren una solución completa y se podrán otorgar puntos parciales. La duración del examen es 70 minutos, que se distribuirán de la siguiente manera: (i) Durante los primeros 10 minutos, todos los integrantes del equipo podrán discutir y distribuirse entre ellos los primeros 6 problemas, de manera que cada miembro del equipo resuelva al menos un problema. En estos 10 minutos no se puede escribir. (ii) Durante los siguientes 35 minutos, cada participante trabajará individualmente en los problemas que se le asignaron. (iii) Durante los últimos 25 minutos todos los miembros del equipo trabajarán en la solución de los últimos dos problemas.

Estado: Nivel

Problema 1 Sea $A = \{2, 5, 8, 11, \dots, 2018\}$, cada número, a partir del segundo, es el anterior más 3. Determina el mínimo valor k tal que si escogemos k números del conjunto A , necesariamente hay dos distintos cuya suma sea 2020.

R:

Estado: Nivel

Problema 2 *Todos los números impares se dividen en grupos como se indica:*

$$\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \{13, 15, 17, 19\}, \dots$$

¿Cuál es la suma de los elementos del décimo grupo?

R:

Estado: Nivel

Problema 3 *Un triángulo ABC con vértices sobre una circunferencia de centro O tiene la siguiente propiedad: si O, C' son simétricos con respecto a C se cumple que $\angle CC'A = \angle ABC$. Encuentra el valor (en grados) del ángulo $\angle ABC$.*

R:

Estado: Nivel

Problema 4 Encuentra todas las parejas de enteros positivos (a, r) tales que el número $N = a^2 + (a + r)^2 + (a + 2r)^2 + (a + 3r)^2 + (a + 4r)^2$ tenga todos sus dígitos iguales.

R:

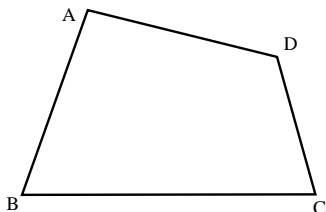
Estado: Nivel

Problema 5 Los números **creativos** son números de 4 dígitos $abcd$ tales que los números de dos dígitos ab , cd son ambos pares. Además, la suma de sus dígitos es un número primo. Por ejemplo, 2018 es número creativo, ya que $ab = 20$ y $cd = 18$ son números pares de dos dígitos y la suma $2 + 0 + 1 + 8 = 11$ es un número primo. ¿Cuántos números creativos menores o iguales al 2018 hay?

R:

Estado: Nivel

Problema 6 Sea $ABCD$ un cuadrilátero, como se indica en la figura. Muestra que si los cuatro triángulos ABC , BCD , CDA , DAB , tienen el mismo perímetro, entonces $ABCD$ es un rectángulo.



Estado: Nivel

Problema 7 Consideramos un tablero de 8×8 . El **Batab** es una pieza que puede moverse de una casilla a otra vecina (que comparte un lado). Un **camino del Mayab** es un camino que va de una casilla inicial a una final tal que:

1. Consta exclusivamente de movimientos del Batab.
2. En cada paso se aleja del punto inicial y se acerca al punto final.

Se coloca una ficha verde en una casilla y una ficha naranja en otra distinta, luego se coloca una ficha blanca en una casilla que está dentro de un camino del Mayab que va de la ficha verde a la ficha naranja. Llamamos T al número total de caminos del Mayab que van de la ficha verde a la naranja pasando por la ficha blanca. Encuentra el número total de formas distintas en que se pueden colocar las tres fichas de modo que 49 divida a T .

R:

Estado: Nivel

Problema 8 *Los gemelos Adán y Beto van de su casa a la escuela. Adán, corre la mitad del trayecto y camina la otra mitad, mientras que Beto corre la mitad del tiempo y camina la otra mitad del tiempo. Los dos corren a una misma velocidad v_1 y los dos caminan a una misma velocidad v_2 . ¿Quién de ellos llega primero? Justifica tu respuesta.*