III Olimpiada Mexicana de Matemáticas
para Educación Básica

Oaxtepec, Morelos, junio 14-17, 2019.

Prueba por Equipos

Nivel I

Estado: ______________________________
Integrantes:

____
____
____

Instrucciones: Los problemas de la Prueba por Equipos están enlistados por orden de dificultad, pero cada uno vale lo mismo (40 puntos). Para los problemas 1, 3, 5, 7, solo se tomará en cuenta el resultado final y no se otorgarán puntos parciales, no se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas. Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 40 puntos solo si todas las respuestas correctas están escritas y solo ellas. Los problemas 2, 4, 6, 8, requieren una solución completa y se podrán otorgar puntos parciales. La duración del examen es 70 minutos, que se distribuirán de la siguiente manera: (i) Durante los primeros 10 minutos, todos los integrantes del equipo podrán discutir y distribuirse entre ellos los primeros 6 problemas, de manera que cada miembro del equipo resuelva al menos un problema. En estos 10 minutos no se puede escribir. (ii) Durante los siguientes 35 minutos, cada participante trabajará individualmente en los problemas que se le asignaron, sin tener comunicación con los demás integrantes del equipo. (iii) Durante los últimos 25 minutos todos los miembros del equipo trabajarán en la solución de los últimos dos problemas.

Problema 1. La suma rara (simbolizada con $\oplus$) es la suma normal más 1, por ejemplo $2 \oplus 3 = 2 + 3 + 1 = 6$, $1 \oplus 0 = 1 + 0 + 1 = 2$.
Encuentra el valor de:

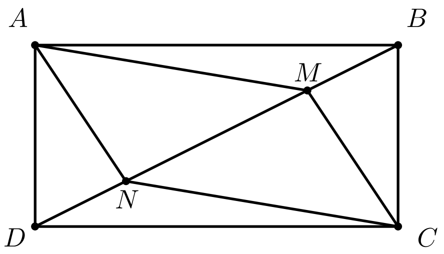
$$1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus \cdots 1 \oplus 0$$

en donde el 0 se ha escrito 100 veces.

R:

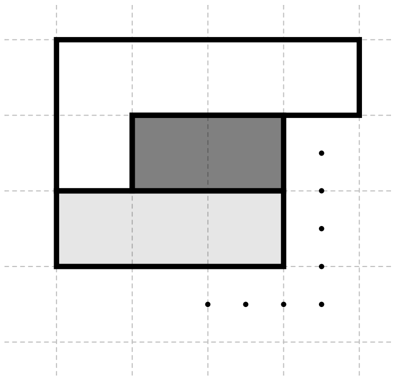
Problema 2. ¿De cuántas formas podemos cambiar un billete de \$100 pesos por monedas de \$5 pesos y de \$2 pesos, si tenemos que utilizar al menos una moneda de cada denominación?

Problema 3. En un rectángulo $ABCD$ de área $40\,cm^2$, se construye el cuadrilátero $AMCN$ donde M y N son puntos en la diagonal BD de manera que $BM = 3\,cm$, $MN = 4\,cm$ y $ND = 3\,cm$. ¿Cuál es, en cm^2, el área del cuadrilátero $AMCN$?



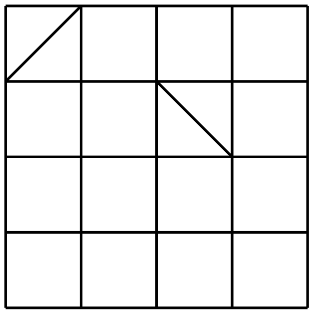
R:

Problema 4. Marián comienza a pintar cuadritos siguiendo un patrón en espiral: pinta 2 negros, 3 grises, 5 blancos y luego repite pintando 2 negros, 3 grises, 5 blancos y así sucesivamente, tal como se observa en la figura. Marián deja de pintar cuando la figura sea un cuadrado. ¿Cuántos cuadritos pintó Marián?



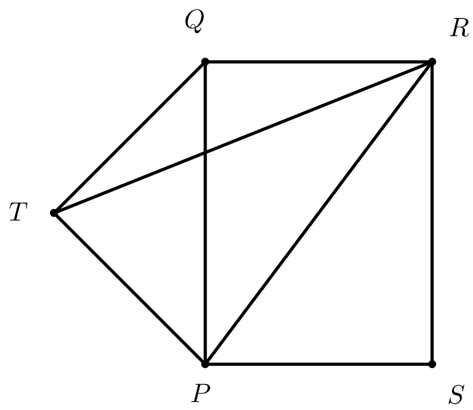
Problema 5. Considera un tablero de 4×4 con 16 cuadritos. ¿Cuál es el mayor número de diagonales de cuadritos que se pueden dibujar, de manera que cualesquiera dos diagonales no tengan puntos comunes?

Nota. Por ejemplo se pueden dibujar diagonales como en la siguiente figura.



R:

Problema 6. En el diagrama, $PQRS$ es un rectángulo. El punto T está fuera del rectángulo y de manera que PQT es un triángulo con $PT = QT$ y $\angle PTQ = 90°$. Si $PQ = 4\,cm$ y $QR = 3\,cm$, encuentra, en cm^2, el área del triángulo PRT.



Problema 7. Sobre cada una de las caras de un cubo se trazan las dos diagonales. Cada una de las aristas del cubo y cada una de las diagonales trazadas se quieren etiquetar con uno de los números 1, 2, 3 de manera que todos los triángulos que se formen con tres de estos segmentos tengan las tres etiquetas en algún orden sobre sus lados. Da una manera de etiquetar.

R:

Problema 8. Si $wxyz$ es un entero positivo de cuatro dígitos (cifras) con w diferente de 0, se llama *la suma de capas* de este entero a la suma $wxyz + xyz + yz + z$. Por ejemplo, la suma de capas del entero 4089 es $4089 + 089 + 89 + 9 = 4276$.
a) ¿Es posible que la suma de capas de algún entero $wxyz$ sea igual a 2019?
b) ¿Es posible que la suma de capas de algún entero $wxyz$ sea igual a 2020?