

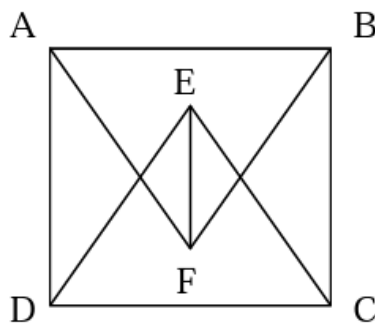


Instrucciones:

- Tienes tres horas para resolver este examen.
- Para cada pregunta, escribe la respuesta que consideres correcta.
- Para resolver los problemas te recomendamos contar con lápiz y papel, pero no está permitido el uso de calculadoras o ayuda de otras personas.
- Los resultados se publicarán el 21 de noviembre en la página <https://olimpiadasbasicas.cimat.mx/>.

Problemas

1. En las minas de Khazad-dûm habitan dos tipos de enanos. Los enanos pícaros siempre mienten y los enanos nobles siempre dicen la verdad. Cuando Beör visitó las minas, lo recibieron dos enanos Nâm y Nîm (Beör no sabía qué tipo de enanos eran). Nâm dijo “Al menos uno de nosotros dos es pícaro”. ¿Qué tipo de enano era Nîm?
2. Braulio está entrenando básquet e intenta 20 tiros con un 55 % de canastas acertadas. Luego, intenta 5 tiros más y su efectividad sube al 56 % de canastas acertadas. ¿Cuántos de los últimos 5 tiros acertó?
3. En la figura, $ABCD$ es un cuadrado y los triángulos $\triangle ABF$ y $\triangle DEC$ son equiláteros. SI $AB = 1$, ¿cuál es la longitud de EF ?

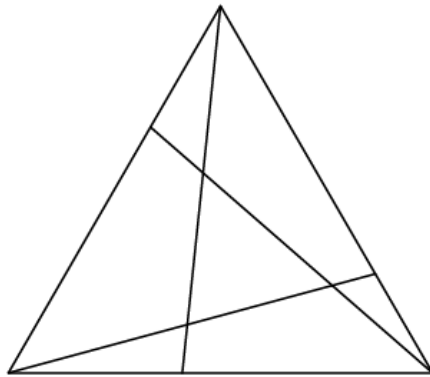


4. La suma de las edades de un grupo de canguros es 36 años. En dos años, la suma de las edades será 60 años. ¿Cuántos canguros hay en el grupo?
5. Encuentra la suma de los 24 números diferentes que se obtienen al poner en algún orden los dígitos 1, 2, 3 y 4.
6. ¿Cuál es el menor entero n para el cual $(2^2 - 1)(3^2 - 1)(4^2 - 1) \cdots (n^2 - 1)$ es un número cuadrado perfecto (es decir, tiene raíz cuadrada entera)?
7. ¿Cuál es la suma de los dígitos de $\underbrace{111 \cdots 1}_{2022} \times 101$?

8. Sofía ha tomado de nuevo el camión y recibió otro boleto de 5 dígitos. El dígito de las decenas de millar es 5, y el de las unidades de millar es 8. Sofía se dio cuenta de que el número de su boleto es divisible entre 330, pero no entre 660. ¿Cuál es el número del boleto de Sofía?
9. Se quieren colorear 5 cuadros en línea, cada uno de azul, verde o rojo. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto de tal forma que no haya dos cuadros juntos del mismo color.



10. Dentro de un triángulo de 19 cm de perímetro se dibujan 3 segmentos de recta como se muestra en la figura. La suma de los perímetros de los 3 cuadriláteros resultantes es igual a 25 cm, mientras que la suma de los perímetros de los 4 triángulitos es igual a 20 cm. ¿Cuál es la suma de las longitudes de los tres segmentos dibujados dentro del triángulo?



11. El siguiente cuadrado tenía los números del 1 al 9 escritos en él, pero se manchó con catsup y ahora se ve así. Por suerte sabemos que la suma de los vecinos del 9 era 15. ¿Cuál es la suma de los vecinos del 8?

1		3
		
2		4

Nota: Dos números se consideran vecinos si los cuadrados en los que están escritos comparten un lado.

12. Tienes un triángulo de área 48 cm^2 . Si su base disminuye en un 20% y su altura incrementa en un 20%, ¿cuál es la nueva área del triángulo?
13. La báscula de Rosy se descompuso. Si algo pesa menos de 1000 g, la báscula muestra correctamente su peso. Si algo pesa 1000 g o más, la báscula muestra cualquier número mayor a 1000 g. Tenemos 5 pesas con sus respectivos pesos: A_g , B_g , C_g , D_g y E_g . Todas las pesas son menores a 1000 g. Pesando algunas de ellas por pares, Rosy obtuvo las siguientes cantidades: $B + D = 1200$, $C + E = 2100$, $B + E = 800$, $B + C = 900$ y $A + E = 600$. ¿Cuál de las pesas es la más pesada? Indícalo con la letra que le corresponde.

14. Mientras Joshua revisaba exámenes, se encontró con una escuela que tenía alumnos que hicieron trampa. Cuando fue a tener una pequeña charla con los alumnos, los maestros formaron a los 25 participantes en una fila. Los maestros le advirtieron a Joshua que los alumnos tramposos siempre mienten, y los alumnos honestos siempre dicen la verdad. El primer alumno de la fila le dijo que todos los demás alumnos de la fila eran tramposos. Cada uno de los siguientes alumnos dijo que el alumno que tenían adelante era tramposo. ¿Cuántas personas de la fila son tramposos?